

1) Travailler le cours sur les intégrales.

Faire quelques exercices du TD sur les intégrales.

2) Sélection annale

*Par défaut d'indication, les exercices sont de niveau 1 * ou 2 **.*

*Les exercices notés *** sont à traiter par les élèves ayant obtenue une note supérieure ou égale à 10 au CBI ou ayant obtenu une moyenne de 10 sur les deux premiers DST. Les exercices sont donnés dans un ordre plus ou moins aléatoire.*

Exercice 2 Edhec 2017 après avoir vu le cours sur les intégrales.

Problème Edhec 2017 : proba et calcul matriciel ! La partie Scilab n'est pas à faire, et pour cause.

Problème ESSEC (MATHS II) 2017 partie 1. (***)

Exercice 1, parties I et II EML 2017. Exercice 2, parties I EML 2017. Exercice 3 (probas), partie 2 et 3 EML 2017

Exercice 2 Edhec 2016 (***)

Problème partie 1 q1 (analyse : intégrale et série), partie 2 (probas) (***) Edhec 2016

Problème partie 1 (analyse : intégrale et série), partie 2 (probas) (***) Edhec 2015

Exercice 1, q1 exercice 2, exercice 3 Edhec 2013

Exercice 1, Edhec 2012

Exercice 2 partie 1 et 2 EML 2015

Exercice 1 partie 1 et 3 EML 2014, début exercice 3 (Q 1 à 5, q6 et q 11 et 12) EML 2014

Exercice 2 partie 1 EML 2012

Exercice 1 partie 1 et 2 EML 2011

Exercice 2 Ecricome 2014

Exercice 2 partie 1 et 2 Ecricome 2013, Exercice 3 (probas) Ecricome 2013

Exercice 2 partie 1 Ecricome 2011

Exercice ESCP 2003 (MATHS III) (***)

Problème ESCP 2002 (MATHS III) suite, série et probas (***)

Exercice 2 ESCP 2000 (MATHS III) (***)

<https://www.ecricome.org/Epreuves-ecrites-Annales-ECRICOME-PREPA>

<http://www.concours-bce.com/Annales>

<http://www.edhec-ge.com/concours-classes-preparatoires> puis clic sur annales

Pour élèves faibles (moins de 5 au CB1 ou à la moyenne des deux premiers DS)**Commencer par faire les exercices suivants**

Mathématiques T ESC 2015 exercices 1,2,3 et 4

<http://www.concours-bce.com/sites/concours-bce.com/files/annales/294-2015-Sujet.pdf>

Mathématiques T ESC 2015 exercices 1,2 et 3

<http://www.concours-bce.com/sites/concours-bce.com/files/annales/294-2014-Sujet.pdf>

Mathématiques T ESCP Europe 2015 exercices 1,2 et 4

<http://www.concours-bce.com/sites/concours-bce.com/files/annales/285-2015-Sujet.pdf>

Mathématiques T ESCP Europe 2014 exercices 2,3 et 4

<http://www.concours-bce.com/sites/concours-bce.com/files/annales/285-2014-Sujet.pdf>

Un concours blanc de Noël : Merci qui ?**Exercice 1**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}_+ par :

$$f(0) = 0 \text{ et } \forall x \in \mathbb{R}_+^*, f(x) = x \ln(x)$$

- 1) Montrer que f est continue sur \mathbb{R}_+ .
- 2) Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R}_+^* . Etudier la dérivabilité de f en 0 à droite.
- 3) Etablir le tableau de variation de f .
- 4) Etudier la branche parabolique de f au voisinage de plus l'infini.
- 5) Tracer l'allure de la courbe représentative C de f .
- 6) Montrer que pour tout entier naturel n non nul, il existe un unique réel u_n tel que :

$$f(u_n) = n$$

- 7) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est croissante.
- 8) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ tend vers plus l'infini lorsque n tend vers plus l'infini.

En étudiant le rapport $\frac{T_n}{S_n}$ déterminer la limite des suites $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Exercice 2 (D'après EML 1998) ()**

On considère les matrices carrées suivantes

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}; \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer A^2 . Exprimer J comme combinaison linéaire de I et A^2 .
- 2) Montrer que A est non inversible. Déterminer $E_0 = \left\{ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{31}(\mathbb{R}), AX = 0X \right\}$. Préciser une base de E_0 .
- 3) Montrer que $A - \sqrt{2}I$ est non inversible. Déterminer $E_{\sqrt{2}} = \left\{ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{31}(\mathbb{R}), AX = \sqrt{2}X \right\}$. Préciser une base de $E_{\sqrt{2}}$.
- 4) Montrer que $A + \sqrt{2}I$ est non inversible. Déterminer $E_{-\sqrt{2}} = \left\{ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{31}(\mathbb{R}), AX = -\sqrt{2}X \right\}$. Préciser une base de $E_{-\sqrt{2}}$.
- 5) Montrer que P est inversible et calculer P^{-1} . *Réponse donnée ci-dessous.*

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{2} & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

On utilisera la méthode du pivot de Gauss. On pourra commencer par $\frac{1}{\sqrt{2}}L_2 \rightarrow L_2$.

- 6) Montrer que $A = PDP^{-1}$.
- 7) Montrer par récurrence que $A^n = PD^nP^{-1}$.
- 8) Soit E l'ensemble défini par :

$$E = \left\{ M = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & a+c & b \\ c & b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \right\}$$

- a) Montrer que E est un espace vectoriel dont on donnera une base.
- b) Soit $M \in E$. Exprimer M en fonction de I, A et J . Exprimer M en fonction de I, A et A^2 .
- c) En déduire une matrice diagonale $\Delta \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que :

$$M = P\Delta P^{-1}$$

Problème (ESSEC 1989)**Partie A**

On définit deux fonctions T et S sur $[1; +\infty[$ par :

$$T(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \quad \text{et} \quad S(x) = \frac{x^2 - 1}{2x}$$

1) Montrer que pour $x \geq 1$:

$$T(x) \leq 2T(\sqrt{x}) \quad \text{et} \quad 2S(\sqrt{x}) \leq S(x)$$

2) Etudier pour $x \geq 1$, les variations des fonctions définies par :

$$f(x) = \ln(x) - T(x) \quad \text{et} \quad g(x) = S(x) - \ln(x)$$

3) En déduire que pour $x \geq 1$:

$$T(x) \leq \ln(x) \leq S(x)$$

Partie B

x désigne un réel strictement supérieur à 1. On note $u = (u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = x \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$$

1) Prouver, à l'aide des quantités conjuguées, que pour tout entier naturel n :

$$0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$$

2) En déduire que pour tout entier naturel n on a :

$$0 < u_n - 1 \leq \frac{1}{2^n}(x - 1)$$

3) Déterminer la limite de la suite u .

4) Prouver que pour tout entier naturel n :

$$u_n = x^{\frac{1}{2^n}}$$

5) On définit les deux suites $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par :

$$S_n = 2^n S(u_n) \quad \text{et} \quad T_n = 2^n T(u_n)$$

Déterminer le sens de variation des suites ainsi définies.

Démontrer pour tout entier naturel n :

$$T_n \leq \ln(x) \leq S_n$$

Prouver la convergence des suites $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$.